Lógica Curso 2015-16 Semántica en LP

Ejercicios resueltos - Enunciados

1. Aplicar razonamiento semántico para determinar si la siguiente fórmula es válida, contradictoria o contingente, indicando la(s) interpretación(es) que lo demuestran:

$$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$$

2. Para cada una de las siguientes fórmulas indicar, sin utilizar tablas de verdad, si es válida, contingente o insatisfacible:

   a. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
   b. $p \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge q$
   c. $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
   d. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$
   e. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
   f. $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
   g. $((\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)) \wedge (p \vee q)$
   h. $((\neg p \vee q) \rightarrow (q \wedge (p \leftrightarrow q))$
   i. $((\neg r \rightarrow \neg p \wedge \neg q) \vee s) \leftrightarrow (p \vee q \rightarrow r \vee s)$
   j. $(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r))$

3. Siendo A, B, C y D fórmulas bien formadas cualesquiera, decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre ellas:

	información disponible
$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos
$C \vee B \rightarrow C \wedge A$	B es insatisfacible, C es satisfacible
$A \rightarrow B \wedge \neg A$	A es satisfacible
$A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$	B es válida
$\neg(A \vee \neg B) \rightarrow (C \rightarrow \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos
$(\neg A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible
$A \wedge (C \rightarrow B \vee \neg A)$	los modelos de A son los contramodelos de C
$C \vee A \rightarrow B \wedge \neg A$	B y C tienen los mismos modelos

4. Averiguar si es o no cierta la siguiente afirmación:

$$p \rightarrow q \vee r \models (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$$

5. Demostrar con medios semánticos que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica, sin utilizar tablas de verdad, ni deducción natural, ni el método de resolución:

   a) $\{ q \wedge r \to \neg p \ ,\ \neg(\neg r \to s \wedge t) \ ,\ \neg p \leftrightarrow (\neg r \wedge q) \} \ \vDash \ s \to p$

6. Determinar la corrección del siguiente argumento:

   Se sabe que

   1. Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos.
   2. Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.
   3. Los ungulados de cuello largo son jirafas.
   4. Los ungulados con rayas negras son cebras.

   Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por consiguiente, se concluye que el animal es una cebra.

7. En un texto de Lewis Carroll, el tío Joe y el tío Jim discuten acerca de la barbería del pueblo, atendida por tres barberos: Allen, Brown y Carr. Los dos tíos aceptan las siguientes premisas:

   - *Si Carr no está en la barbería, entonces ocurrirá que si tampoco está Allen, Brown tendrá que estar para atender el establecimiento.*
   - *Si Allen no está, tampoco estará Brown.*

   El tío Joe concluye de todo esto que Carr no puede estar ausente, mientras que el tío Jim afirma que sólo puede concluirse que Carr y Allen no pueden estar ausentes a la vez.

   Formalizar el razonamiento y analizar quién de los dos tiene razón.

Aplicar razonamiento semántico para determinar si la siguiente fórmula es válida, contradictoria o contingente, indicando la(s) interpretación(es) que lo demuestran:

$$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$$

Podemos hacer la comprobación utilizando interpretaciones o tablas de verdad. Lo hacemos de las 2 formas:

Interpretaciones:

Buscamos un contramodelo de la formula, es decir una interpretación que haga que la fórmula sea falsa:

$i((r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)) = F$ sii

$i((r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)) = V$ y $i(r \rightarrow q)) = F$ sii

$i(r \rightarrow p) = V$ y $i(p \rightarrow q) = V$ y $i(r \rightarrow q)) = F$

$i(r \rightarrow p) = V$ sii $i(r) = F$ o bien $i(r) = V$ y $i(p) = V$ (1)

y $i(p \rightarrow q) = V$ sii $i(p) = F$ o bien $i(p) = V$ y $i(q) = V$ (2)

y $i(r \rightarrow q) = F$ sii $i(r) = V$ y $i(q) = F$ (3)

Podemos apreciar que no es posible encontrar contramodelo, ya que i(r) deber ser verdadero y i(q) debe ser falso si atendemos a la condición 3. Sin embargo esto es incompatible con las condiciones que deben cumplirse simultaneamente en 1 y 2 para cualquiera de las posibles combinaciones. Por tanto, dado que para toda interpretación la formula nunca puede tomar el valor falso, es una fórmula **Válida**

Tablas de Verdad:

p	q	r	$(r \rightarrow p)$	$(p \rightarrow q)$	$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$	$(r \rightarrow q)$	$(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow q)$
F	F	F	V	V	V	V	**V**
F	F	V	F	V	F	F	**V**
F	V	F	V	V	V	V	**V**
F	V	V	F	V	F	V	**V**
V	F	F	V	F	F	V	**V**
V	F	V	V	F	F	F	**V**
V	V	F	V	V	V	V	**V**
V	V	V	V	V	V	V	**V**

Fórmula **Válida**. La fórmula solamente puede tomar valores Verdaderos. La fórmula se hace verdadera para toda interpretación.

Para cada una de las siguientes fórmulas indicar si es válida, contingente o insatisfacible:

a. $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$
b. $p \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge q$
c. $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
d. $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$
e. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
f. $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
g. $((\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)) \wedge (p \vee q)$
h. $((\neg p \vee q) \rightarrow (q \wedge (p \leftrightarrow q))$
i. $((\neg r \rightarrow \neg p \wedge \neg q) \vee s) \leftrightarrow (p \vee q \rightarrow r \vee s)$
j. $(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((\neg p \vee q) \rightarrow (p \wedge r))$

---

a) $A = (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$

¿ ∃xiste i tal que $i(A) = F$?

$$i(A) = F \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} p \rightarrow q \quad F \\ y \\ q \rightarrow p \quad F \end{array} \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} p=V \text{ y } q=F \\ y \\ q=V \text{ y } p=F \end{array}$$

$\Rightarrow$ no ∃xiste $i \mid i(A) = F$ $\Rightarrow$ válida (tautología)

b) $p \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge q$

¿ ∃xiste i tal que $i(A) = V$?

$$i(A) = V \quad \text{sii} \quad \begin{array}{c} i(p) = i(q) = V \\ y \\ i(p \rightarrow \neg q) = V \end{array}$$

no es posible : $\underset{V}{p} \rightarrow \underset{F}{\neg q}$ es F

$\Rightarrow$ no ∃xiste $i \mid i(A) = V$ $\Rightarrow$ insatisfacible (contradicción)

c) $p \rightarrow (q \wedge r) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

$\quad\quad A \quad\quad\quad\quad\quad\quad B$

*) analizando el significado de las fórmulas A y B se ve que es tautología: A y B son equivalentes:

Si p implica q y r entonces p implica q y p implica r y viceversa

*) $i(p) = F \quad \rightarrow \quad i(A) = V$

$$I(B) = \underbrace{(p \rightarrow q)}_{V} \wedge \underbrace{(p \rightarrow r)}_{V} = V$$

$i(p) = V \quad i(q) = i(r) = V \quad i(A) = V \quad , \quad i(B) = V$

en los demás casos $i(q) = F$ o $i(r) = F$

$$i(A) = i(\underbrace{p}_{V} \rightarrow \underbrace{(q \wedge r)}_{F}) = F$$

$$i(B) = i((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) = F$$

pues $i(p \rightarrow q) = F$ o $i(p \rightarrow r) = F$

d) $(\, p \rightarrow (q \rightarrow r)\,) \rightarrow (\, (p \wedge q) \rightarrow r\,)$

*) informalmente: es tautología, pues $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ y $p \wedge q \rightarrow r$ son equivalentes.

*) ¿ ∃xiste i tal que $i(A) = F$? $\quad i(A) = F$ sii $i(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = V$ y $i(\, p \wedge q \rightarrow r\,) = F$ $\rightarrow$

$\rightarrow$ sii $i(p \wedge q) = V$ y $i(r) = F$ $\rightarrow$ sii $i(p) = i(q) = V$ y $i(r) = F$

Para esta única interpretación (valoración):

$$i(\underbrace{p}_{V} \rightarrow (\underbrace{q}_{V} \underbrace{\rightarrow}_{F} \underbrace{r}_{F})) = F$$

$\Rightarrow$ no ∃xiste i | $i(A) = F$ $\Rightarrow$ A es válida (tautología)

e) $(p \to q) \land (p \to \neg q)$

*) parece contradicción: de p no se puede deducir al mismo tiempo q y ¬q

PERO ojo!!!! si p es falso, i.e. , si no tengo p, la fórmula es V

*) p = F $\to$ $i(A) = i((p \underset{V}{\to} q) \land (p \underset{V}{\to} \neg q)) = V$

p = V q = V $i(A) = i((p \to q) \land (\underset{V}{p} \underset{F}{\to} \underset{F}{\neg q})) = F$

q = F $i(A) = i((\underset{V}{p} \underset{F}{\to} \underset{F}{q}) \land (p \to \neg q)) = F$

*) $\Rightarrow$ es contingente (ni tautología ni contradicción). Comprobación con tabla de verdad:

p	q	$(p \to q) \land (p \to \neg q)$
F	V	V
F	F	V
V	V	F
V	F	F

f) $\neg p \lor \neg q \to \neg(p \land q)$

*) es tautología, pues con $\leftrightarrow$ es una de las leyes De Morgan.

*) $i(A) = F$ sii $i(\neg p \lor \neg q) = V$ y $i(\neg(p \land q)) = F$ sii $i(p \land q) = V$ sii $i(p) = i(q) = V$

para esta única interpretación $i(\underset{F}{\neg p} \lor \underset{F}{\neg q}) = F$

$\Rightarrow$ no $\exists$xiste $i \mid i(A) = F$

g) $((\neg p \to q) \to (\neg q \to p)) \wedge (p \vee q)$

A B

*) A es V siempre : $\neg p \to q$ es equivalente a $\neg q \to p$:

(contraposición + doble negación)

*) B = V sii p = V o q = V

*) $A \wedge B$ es falsa sii p = q = F , en los demás casos es V $\Rightarrow$ contingente

h) $(\neg p \vee q) \to q \wedge (p \leftrightarrow q)$

*) i(A) = V sii i($\neg p \vee q$) = F sii p = V y q = F

ó

i($q \wedge (p \leftrightarrow q)$)= V sii v(q) = V y v($p \leftrightarrow q$)= V sii q = V y p= V

*) en los otros dos casos, p = V y q = F, p = q = F, v(A) = F

$\Rightarrow$ contingente, ni tautología ni contradicción

i) $(\neg r \to \neg p \wedge \neg q) \vee s \leftrightarrow p \vee q \to r \vee s$

A B

*) $2^4 = 16$ interpretaciones (valoraciones)

*) ¿ v | v(B) = F ? v(B) = F sii $p \vee q$ = V y $r \vee s$ = F $\to$ p = V ó q = V y r = s = F

para esas 3 interpretaciones $v(A) = v((\underset{V}{\neg r} \to \underset{F}{\neg p} \wedge \underset{F}{\neg q}) \vee \underset{F}{s}) = F$ $\to$ v(A) = v(B)

*) ¿y las otras 13 interpretaciones?

r = V o s = V $v(B) = v(p \vee q \to \underset{V}{r \vee s}) = V$

$r = V \qquad v(A) = v((\underset{F}{\neg r} \to \underset{V}{\neg p} \wedge \neg q) \vee s) = V = v(B)$

$s = V \qquad v(A) = v((\neg r \to \neg p \wedge \neg q) \vee \underset{V}{s}) = V = v(B)$

$\Rightarrow$ es tautología (comprobar con tabla)

j) $\underbrace{p \wedge (q \to r)}_{A} \leftrightarrow \underbrace{(\neg p \vee q) \to (p \wedge r)}_{B}$

*) $v(A) = V$ sii $v(p) = V$ y $v(q \to r) = F$ sii $v(p) = V$ y $v(q) = F$ o $v(r) = V$

$\to$ 3 valoraciones

p	q	r
V	F	V
V	F	F
V	V	V

*) $v(B) = V$ sii $v(\neg p \vee q) = F$ o $v(p \wedge r) = V$ sii $v(p) = V$ y $v(q) = F$ o $v(p) = V = v(r)$

$\to$ mismas 3 valoraciones

p	q	r
V	F	V
V	F	F
V	V	V

$\Rightarrow$ tautología

Siendo A, B, C y D fórmulas bien formadas cualesquiera, decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre ellas:

	información disponible
$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos
$C \vee B \rightarrow C \wedge A$	B es insatisfacible, C es satisfacible
$A \rightarrow B \wedge \neg A$	A es satisfacible
$A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$	B es válida
$\neg(A \vee \neg B) \rightarrow (C \rightarrow \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos
$(\neg A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible
$A \wedge (C \rightarrow B \vee \neg A)$	los modelos de A son los contramodelos de C
$C \vee A \rightarrow B \wedge \neg A$	B y C tienen los mismos modelos

---

	información disponible	
$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos	CONTRADICCIÓN
$C \vee B \rightarrow C \wedge A$	B es insatisfacible, C es satisfacible	INFORMACIÓN INSUFICIENTE
$A \rightarrow B \wedge \neg A$	A es satisfacible	CONTINGENTE
$A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$	B es válida	VÁLIDA
$\neg(A \vee \neg B) \rightarrow (C \rightarrow \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos	VÁLIDA
$(\neg A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible	CONTRADICCIÓN
$A \wedge (C \rightarrow B \vee \neg A)$	los modelos de A son los contramodelos de C	CONTINGENTE
$C \vee A \rightarrow B \wedge \neg A$	B y C tienen los mismos modelos	INFORMACIÓN INSUFICIENTE

Averiguar si es o no cierta la siguiente afirmación:

$$\underbrace{p \rightarrow q \vee r}_{A} \quad \models \quad \underbrace{(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)}_{B}$$

*) Recordatorio:

1) $A \models B \quad \equiv \quad$ para toda $i \quad i(A) = V \Rightarrow i(B) = V$

2) $A \not\models B \quad \Leftrightarrow \quad$ existe i tal que $\quad i(A) = V \wedge i(B) = F$

*) Por la vía directa:

Sea i interpretación tal que $i(A) = V$ Veamos cómo es $i(B)$

$i(A) = i\,(p \rightarrow q\ \ r) = V \qquad$ 1) $i(p) = F$ o 2) $i(q \vee r) = V$

caso 1) $i(p) = F \qquad i(B) = i((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) = V$

caso 2) $i(q \vee r) = V \qquad$ 2.1) $i(q) = V$ o 2.2) $i(r) = V$

2.1) $i(q) = V \quad i(p \rightarrow q) = V \quad i(B) = V$

2.2) $i(r) = V \quad i(p \rightarrow r) = V \quad i(B) = V$

$\Rightarrow$ SÍ es consecuencia lógica

*) Vía indirecta: <u>buscamos</u> interpretación i tal que $i(A) = V$ y $i(B) = F$

$i(B) = i((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) = F \qquad i(p \rightarrow q) = i(p \rightarrow r) = F \qquad i(p) = V$ y $i(q) = \ \ i(r) = F$

y para esta interpretación:

$i(A) = i\,(p \rightarrow q \vee r) = F$

$\Rightarrow$ SÍ es consecuencia lógica

Demostrar **con medios semánticos** que no se cumple la siguiente relación de consecuencia lógica. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido.

$$\{ q \wedge r \rightarrow \neg p \ , \ \neg(\neg r \rightarrow s \wedge t) \ , \ \neg p \leftrightarrow (\neg r \wedge q) \ \} \ \vDash \ s \rightarrow p$$

- *Recordatorio*: Un argumento con premisas {P1,…, Pn} y conclusión C es correcto sii [P1,…, Pn] ⊨ C (es decir, existe relación de consecuencia lógica entre las premisas y la conclusión)

Sea el argumento $\{ q \wedge r \rightarrow \neg p , \neg (\neg r \rightarrow s \wedge t) , \neg p \leftrightarrow (\neg r \wedge q) \} \vDash s \rightarrow p$, donde:

P1: $q \wedge r \rightarrow \neg p$

P2: $\neg (\neg r \rightarrow s \wedge t)$

P3: $\neg p \leftrightarrow (\neg r \wedge q)$

C: $s \rightarrow p$

Se trata de demostrar que no se cumple la relación de consecuencia lógica.

Por tanto, tratamos de definir un contramodelo del argumento. Es decir, buscamos interpretación i tal que

$i(C) = F \ \wedge \ i(Pj) = V \ \ j = 1,2,3$

- $i(C) = i(s \rightarrow p) = F$ sii **$i(s) = V$** y **$i(p) = F$**

- $i(P3) = i(\neg p \leftrightarrow (\neg r \wedge q)) = V$ sii $i(\neg p) = i(\neg r \wedge q) = V$ ó $i(\neg p) = i(\neg r \wedge q) = F$

  como $i(p) = F$, entonces $i(\neg p) = V$, entonces $i(\neg r \wedge q) = V$

  $i(\neg r \wedge q) = V$ sii $i(\neg r) = V$ (**$i(r) = F$**) y **$i(q) = V$**

- $i(P1) = i(q \wedge r \rightarrow \neg p) = V$ se cumple porque $i(q \wedge r) = F$ y $i(\neg p) = V$

- $i(P2) = i(\neg (\neg r \rightarrow s \wedge t)) = V$ sii $i(\neg r \rightarrow s \wedge t) = F$ sii $i(\neg r) = V$ (que ya se cumple) y

  $i(s \wedge t) = F$ sii **$i(t) = F$**

En este caso, sí es posible definir un contramodelo del argumento:

$i(s) = V$ **$i(p) = F$** **$i(r) = F$** **$i(q) = V$** **$i(t) = F$**

Como conclusión, el argumento no es correcto, es decir, **no hay relación de consecuencia lógica**

Determinar la corrección del siguiente argumento.

Se sabe que

1. Los animales con pelo o que dan leche son mamíferos.
2. Los mamíferos que tienen pezuñas o que rumian son ungulados.
3. Los ungulados de cuello largo son jirafas.
4. Los ungulados con rayas negras son cebras.

Se observa un animal que tiene pelos, pezuñas y rayas negras. Por consiguiente, se concluye que el animal es una cebra.

---

*) Formalización:

x es animal con pelo:	pl		
x da leche	lc	1 –	$pl \vee lc \rightarrow m$
x es mamífero	m		
x tiene pezuñas	pz		
x rumia	r	2 -	$m \wedge (pz \vee r) \rightarrow u$
x es ungulado	u		
x tiene cuello largo	lg		
x es jirafa	j	3 –	$u \wedge lg \rightarrow j$
x tiene rayas negras	n		
x es cebra	c	4 -	$u \wedge n \rightarrow c$

conclusión: $pl \wedge pz \wedge n \rightarrow c$

*) ¿Es consecuencia lógica? $\{ 1, 2, 3, 4 \} \models pl \wedge pz \wedge n \rightarrow c$???

- $2^{10} = 32.32 = 1024$ valoraciones

- utilizamos la forma negada de consecuencia lógica:

$\Gamma \not\models B \Leftrightarrow$ existe i tal que $i(A_i) = V$ para todo $A_i \in \Gamma \wedge i(B) = F$

- sea i interpretación tal que $i(pl \wedge pz \wedge n \rightarrow c) = F$ ⟶ $\boxed{i(pl) = i(pz) = i(n) = V \quad y \quad i(c) = F}$

- para estas interpretaciones ($2^6 = 64$) ¿cómo son A1, A2, A3, A4? , ¿existe i tal que $i(Aj) = V$ $j = 1 \ldots 4$?

$A1 \equiv pl \vee lc \rightarrow m$ $\qquad i(A1) = V$

$i(pl) = V \qquad i(pl \vee lc) = V$ ⟶ $\boxed{i(m) = V}$

$A4 \equiv u \wedge n \rightarrow c$ $\qquad i(A4) = V$

$i(n) = V \qquad i(c) = F$ ⟶ $\boxed{i(u) = F}$

$A2 \equiv m \wedge (pz \vee r) \rightarrow u$ $\qquad i(A2) = V$

$i(u) = F \qquad i(m \wedge (pz \vee r)) = F$

$i(m) = V \qquad i(pz \vee r) = F$

$i(pz) = V$ ¡¡¡¡¡¡

NO existe interpretación que haga F la conclusión y V todas las premisas

⇒ SÍ es consecuencia lógica ⇒ El argumento es correcto

*) Comprobación con deducción natural:

1 - $pl \lor lc \to m$

2 - $m \land (pz \lor r) \to u$

3 - $u \land lg \to j$

4 - $u \land n \to c$

5 - $pl \land pz \land n$

6- $\neg c$

7- $\neg (u \land n)$

8 - $\neg u \lor \neg n$

9 - n

10 - $\neg u$

11 - $\neg (m \land (pz \lor r))$

12 - $\neg m \lor \neg (pz \lor r)$

13 - $\neg m \lor (\neg pz \land \neg r)$

14 - $(\neg m \lor \neg pz) \land (\neg m \lor \neg r)$

15 - $\neg m \lor \neg pz$

16 - pz

17 - $\neg m$

18 - $\neg (pl \lor lc)$

19 - $\neg pl \land \neg lc$

20 - $\neg pl$

21 - pl

22- $\neg \neg c$

23 - c

24 - $pl \land pz \land n \to c$

En un texto de Lewis Carroll, el tío Joe y el tío Jim discuten acerca de la barbería del pueblo, atendida por tres barberos: Allen, Brown y Carr. Los dos tíos aceptan las siguientes premisas:

- *Si Carr no está en la barbería, entonces ocurrirá que si tampoco está Allen, Brown tendrá que estar para atender el establecimiento.*
- *Si Allen no está, tampoco estará Brown.*

El tío Joe concluye de todo esto que Carr no puede estar ausente, mientras que el tío Jim afirma que sólo puede concluirse que Carr y Allen no pueden estar ausentes a la vez.

Formalizar el razonamiento y analizar quién de los dos tiene razón.

---

*) Formalización:

1 - $\neg C \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

2 - $\neg A \rightarrow \neg B$

Joe - $\neg(\neg C)$

Jim - $\neg(\neg C \wedge \neg A)$

*) Fórmulas equivalentes:

1 - $\neg C \rightarrow (\neg\neg A \vee B) \;\equiv\; \neg C \rightarrow (A \vee B) \;\equiv\; C \vee (A \vee B)$

2 - $A \vee \neg B$

Joe - C

Jim - $A \vee C$

*) ¿ Joe tiene razón ? $\equiv$ ¿ $\{1,2\} \models$ Joe ? $\equiv$ ¿ $\{\underbrace{A \vee B \vee C}_{1},\ \underbrace{A \vee \neg B}_{2}\} \models C$

buscamos interpretación i tal que $i(1) = i(2) = V$ y $i(C) = F$

SÍ existe interpretación en estas condiciones: $i(A) = V$ y $i(C) = F$, ($i(B)$ cualquiera)

$\Rightarrow$ $\{1,2\} \not\models$ Joe $\Rightarrow$ $\boxed{\text{El tío Joe no tiene razón}}$

*) ¿ Jim tiene razón ? $\equiv$ ¿ { 1,2} $\models$ Jim ? $\equiv$ ¿ $\{ \underset{1}{A \vee B \vee C}\ ,\ \underset{2}{A \vee \neg B)} \}$ $\models$ $A \vee C$?

buscamos interpretación i tal que $i(1) = i(2) = V$ y $i(A \vee C) = F$

$i(A \vee C) = F$ $i(A) = F$ y $i(C) = F$

$i(2) = V$ con $i(A) = F$ y $i(C) = F$ $i(B) = V$

y entonces $i(2) = i(A \vee \neg B) = F$

NO existe interpretación en esa condiciones

$\Rightarrow$ { 1,2} $\models$ Jim $\Rightarrow$ $\boxed{\text{El tío Jim tiene razón}}$