

## Lógica    Curso 2017-18    Forma clausular en LP

### Ejercicios resueltos - Enunciados

1. Dado el siguiente conjunto de fórmulas:

$$\{ \neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p ) , \neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r , \neg(\neg r \wedge s) \}$$

(a) Obtener la forma clausular del conjunto de fórmulas.

~~(b) Analizar mediante resolución si el conjunto de cláusulas es satisfacible o insatisfacible.~~

examen julio 2015

2. Pasar a forma clausular, indicando cada paso y ~~después utiliza el método de resolución por demostrar la siguiente argumentación:~~

$$T [ \neg p \leftrightarrow q , (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s) , p \rightarrow \neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge \neg r ] \vdash r \vee s \rightarrow s \wedge \neg p$$

eval LP novbre 2016

3. Pasar a forma clausular, indicando cada paso y regla aplicada, la siguiente argumentación:

$$\{ q \rightarrow \neg p , \neg(p \wedge r) \rightarrow q , p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} \models r \vee s$$

examen enero 2014

4. Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

---

Dado el siguiente conjunto de fórmulas:

$$\{ \neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p ) , \neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r , \neg(\neg r \wedge s) \}$$

(a) Obtener la forma clausular del conjunto de formulas.

~~(b) Analizar mediante resolución si el conjunto de cláusulas es satisfacible o insatisfacible.~~

---

(a)  $\neg( (\neg p \rightarrow q) \rightarrow p )$

$$\neg(\neg(\neg p \rightarrow q) \vee p)$$

$$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg p$$

$$(p \vee q) \wedge \neg p$$

$$\neg p \wedge \neg s \rightarrow \neg r$$

$$\neg(\neg p \wedge \neg s) \vee \neg r$$

$$p \vee s \vee \neg r$$

$$\neg(\neg r \wedge s)$$

$$r \vee \neg s$$

$$\Rightarrow \text{Forma clausular} = \{ p \vee q, \neg p, p \vee s \vee \neg r, r \vee \neg s \}$$

---

Pasar a forma clausular, indicando cada paso y después utiliza el método de resolución por demostrar la siguiente argumentación:

$$T [\neg p \leftrightarrow q, (r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s), p \rightarrow \neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge \neg r] \vdash r \vee s \rightarrow s \wedge \neg p$$

---

Fuente: eval LP novbre 2016

A1:  $\neg p \leftrightarrow q$  es equivalente con (transformar  $\leftrightarrow$  a  $\rightarrow$ )

$(\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p)$  es equivalente con (transformar  $A \rightarrow B$  a  $\neg A \vee B$ )

$(\neg \neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$  es equivalente con (eliminar  $\neg \neg$ )

$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee \neg p)$  en FNC;

FC\_A1 =  $\{p \vee q, \neg q \vee \neg p\}$  clausulas 1 y 2

A2:  $(r \wedge s) \vee (\neg r \wedge \neg s)$  es equivalente con (distributividad de  $\vee$  a  $\wedge$ )

$((r \wedge s) \vee \neg r) \wedge ((r \wedge s) \vee \neg s)$  es equivalente con (distributividad de  $\vee$  a  $\wedge$  dos veces)

$((r \vee \neg r) \wedge (s \vee \neg r)) \wedge ((r \vee \neg s) \wedge (s \vee \neg s))$  en FNC,

FC\_A2 =  $\{r \vee \neg r, s \vee \neg r, r \vee \neg s, s \vee \neg s\}$  clausulas 3, 4, 5, y 6

A3:  $p \rightarrow \neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge \neg r$  es equivalente con (transformar  $A \rightarrow B$  a  $\neg A \vee B$ )

$\neg p \vee (\neg(\neg q \wedge \neg r) \wedge \neg r)$  es equivalente con (DeMorgan)

$\neg p \vee ((\neg \neg q \vee \neg \neg r) \wedge \neg r)$  es equivalente con (eliminar  $\neg \neg$  dos veces)

$\neg p \vee ((q \vee r) \wedge \neg r)$  es equivalente con (distributividad de  $\vee$  a  $\wedge$ )

$(\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r)$  es en FNC;

FC\_A3 =  $\{\neg p \vee q \vee r, \neg p \vee \neg r\}$  clausulas 7 y 8

$\neg B$ :  $\neg(r \vee s \rightarrow s \wedge \neg p)$  es equivalente con (transformar  $A \rightarrow B$  a  $\neg A \vee B$ )

$\neg(\neg(r \vee s) \vee (s \wedge \neg p))$  es equivalente con (DeMorgan)

$\neg \neg(r \vee s) \wedge \neg(s \wedge \neg p)$  es equivalente con (eliminar  $\neg \neg$ )

$(r \vee s) \wedge \neg(s \wedge \neg p)$  es equivalente con (DeMorgan)

$(r \vee s) \wedge (\neg s \vee \neg \neg p)$  es equivalente con (eliminar  $\neg \neg$ )

$(r \vee s) \wedge (\neg s \vee p)$  en FNC;

FC\_¬B =  $\{r \vee s, \neg s \vee p\}$  clausulas 9 y 10

---

Pasar a forma clausular, indicando cada paso y regla aplicada, la siguiente argumentación:

$$\{ q \rightarrow \neg p, \neg(p \wedge r) \rightarrow q, p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} \models r \vee s$$

---

$$\begin{array}{cccc} \{ q \rightarrow \neg p, \neg(p \wedge r) \rightarrow q, p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \} & \models & r \vee s \\ A1 & & A2 & A3 & B \end{array}$$

$$\begin{aligned} A1 &\equiv q \rightarrow \neg p \\ &\neg q \vee \neg p \quad \text{def } \rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A2 &\equiv \neg(p \wedge r) \rightarrow q \\ &\neg\neg(p \wedge r) \vee q \quad \text{def } \rightarrow \\ &(p \wedge r) \vee q \quad \text{doble negación} \\ &(p \vee q) \wedge (r \vee q) \quad \text{distributividad } \vee \text{ respecto } \wedge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A3 &\equiv p \rightarrow \neg(q \rightarrow r) \\ &p \rightarrow \neg(\neg q \vee r) \quad \text{def } \rightarrow \\ &\neg p \vee \neg(\neg q \vee r) \quad \text{def } \rightarrow \\ &\neg p \vee (\neg\neg q \wedge \neg r) \quad \text{De Morgan} \\ &\neg p \vee (q \wedge \neg r) \quad \text{doble negación} \\ &(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg r) \quad \text{distributividad } \vee \text{ respecto } \wedge \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \neg B &\equiv \neg(r \vee s) \\ &\neg r \wedge \neg s \quad \text{De Morgan} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$

$$FC = \{ \neg q \vee \neg p, p \vee q, r \vee q, \neg p \vee q, \neg p \vee \neg r, \neg r, \neg s \}$$

---

Pasar a forma clausular cada una de las siguientes fórmulas:

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

---

1.  $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva.

- |   |  |
|---|--|
| 1. $\neg p \rightarrow \neg(q \vee r)$      | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                    |
| 2. $\neg \neg p \vee \neg(q \vee r)$        | $\neg \neg A \leftrightarrow A$                                    |
| 3. $p \vee \neg(q \vee r)$                  | $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$              |
| 4. $p \vee (\neg q \wedge \neg r)$          | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ |
| 5. $(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg r)$ |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{ p \vee \neg q, p \vee \neg r \}$$

2.  $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$

Ponemos las fórmulas en Forma Normal Conjuntiva.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $p \leftrightarrow (q \vee \neg r)$                                       | $A \leftrightarrow B \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ |
| 2. $(p \rightarrow (q \vee \neg r)) \wedge ((q \vee \neg r) \rightarrow p)$  | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 3. $(\neg p \vee (q \vee \neg r)) \wedge ((q \vee \neg r) \rightarrow p)$    | $A \rightarrow B \leftrightarrow \neg A \vee B$                                  |
| 4. $(\neg p \vee (q \vee \neg r)) \wedge (\neg(q \vee \neg r) \vee p)$       |  |
| 5. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \wedge \neg \neg r) \vee p)$ | $\neg \neg A \leftrightarrow A$  |
| 6. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \wedge r) \vee p)$           | $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$               |
| 7. $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge ((\neg q \vee p) \wedge (r \vee p))$  |  |

Obtenemos las cláusulas:

$$FC = \{ \neg p \vee q \vee \neg r, \neg q \vee p, r \vee p \}$$